

## Olimpiada Națională de Matematică

### Al cincilea test de selecție pentru OIM – 19 iunie 2003

#### Subiectul 1

Un parlament are  $n$  deputați. Aceștia fac parte din 10 partide și din 10 comisii parlamentare. Fiecare deputat face parte dintr-un singur partid și dintr-o singură comisie.

Determinați valoarea minimă a lui  $n$  pentru care indiferent de componența numerică a partidelor și indiferent de repartizarea în comisii, să existe o numerotare cu toate numerele  $1, 2, \dots, 10$  atât a partidelor cât și a comisiilor, astfel încât cel puțin 11 deputați să facă parte dintr-un partid și o comisie cu număr identic.

#### Subiectul 2

Se dă un romb  $ABCD$  cu latura 1. Pe laturile  $BC$  și  $CD$  există punctele  $M$ , respectiv  $N$ , astfel încât  $MC + CN + NM = 2$  și  $\angle MAN = \frac{1}{2}\angle BAD$ .

Să se afle unghiurile rombului.

#### Subiectul 3

Într-un plan înzestrat cu un sistem de coordonate  $XOY$  se numește *punct laticial* un punct  $A(x, y)$  în care ambele coordonate sunt numere întregi. Un punct laticial  $A$  se numește *invizibil* dacă pe segmentul deschis  $OA$  există cel puțin un punct laticial.

Să se arate că pentru orice număr natural  $n$ ,  $n > 0$ , există un pătrat de latură  $n$  în care toate punctele laticiale interioare, de pe laturi sau din vârfuri, sunt invizibile.

*Timp de lucru: 4 ore*